

**Un nuevo enfoque en la
resolución de problemas de
Manufacturing Resource
Planning (MRP) en sistemas
cuánticos: LCU + Hadamard**

IBERMÁTICA, DE UN VISTAZO

+50	+12.000	649 M€	+20	+40	2	1
años en el mercado	profesionales	de ingresos	países en Europa, América, África y Asia	centros operativos	factoría de software CMMI 5	centro de investigación

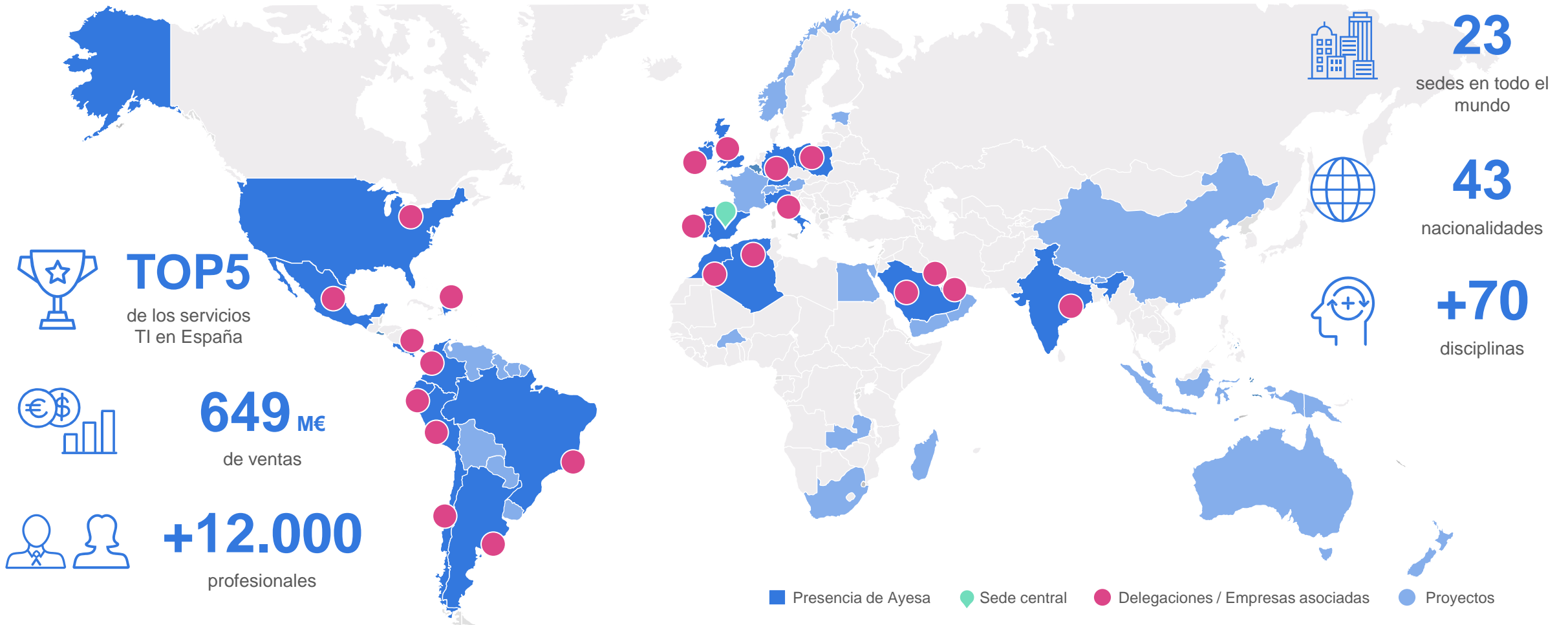
5 VALORES corporativos	<ul style="list-style-type: none"> Colaboración responsable Naturalidad fiable Flexibilidad constante Conciencia humanista Talento ilusionante 	5 PROPUESTAS de VALOR	<ul style="list-style-type: none"> Fiabilidad en la entrega Compromiso y eficiencia en costes Conocimiento sectorial Innovación y Transformación Personas 	7 CENTROS de EXCELENCIA	<ul style="list-style-type: none"> Data, Analytics & AI Hybrid IT / Cloud Ciberseguridad Smart Factory & OT SAP Microsoft Salesforce
-------------------------------	---	------------------------------	--	--------------------------------	---

7 SECTORES	<ul style="list-style-type: none"> Public Administration Consumer Manufacturing Healthcare Banking, Financial Services, and Insurance Telco & Media Utilities 	3 ESPACIOS de trabajo	CORE Eficiencia	TRANSFORMACIÓN Agilidad	INNOVACIÓN Anticipación
			<ul style="list-style-type: none"> ITO AMS Development & Integration Enterprise Solutions BPS 	<ul style="list-style-type: none"> DevSecOps Digital Experience Movilidad API-ficación Blockchain Smart Cities 	<ul style="list-style-type: none"> I+D+i Proyectos & Observatorio Innovation teams

(datos con integración en Ayesa)

UN GRUPO LÍDER EN SERVICIOS DIGITALES

Desde enero 2023 formamos parte de Ayesa



Innovación: Visión, Misión y Objetivos estratégicos



2005

año creación

5 M€

presupuesto anual

+320

proyectos

+1.100

organizaciones colaboradoras

El Instituto Ibermática de Innovación (i3B) se configura como la Unidad de I+D+i empresarial, de investigación aplicada del Grupo Ayesa.



Objetivo: Promover soluciones y servicios innovadores, basados en TI.



Optimizando los **procesos de los clientes** de Ayesa-Ibermática a partir de la generación de nueva oferta tecnológica y/o sectorial.



Acompañando a los Sectores en la actividad comercial con clientes y prospects.



Identificando y lanzando **nuevos negocios** (sectores, modelos de negocio...) que diversifiquen la actividad del Grupo.



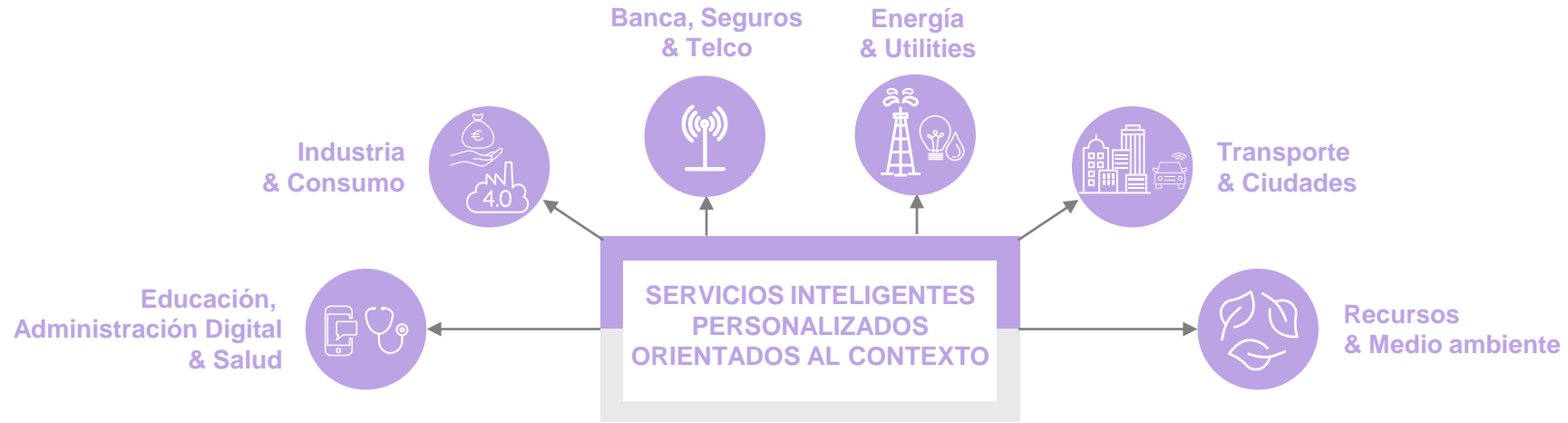
Incorporando la sistemática de la **innovación** en las **personas** y en los **procesos de Ayesa-Ibermática**.



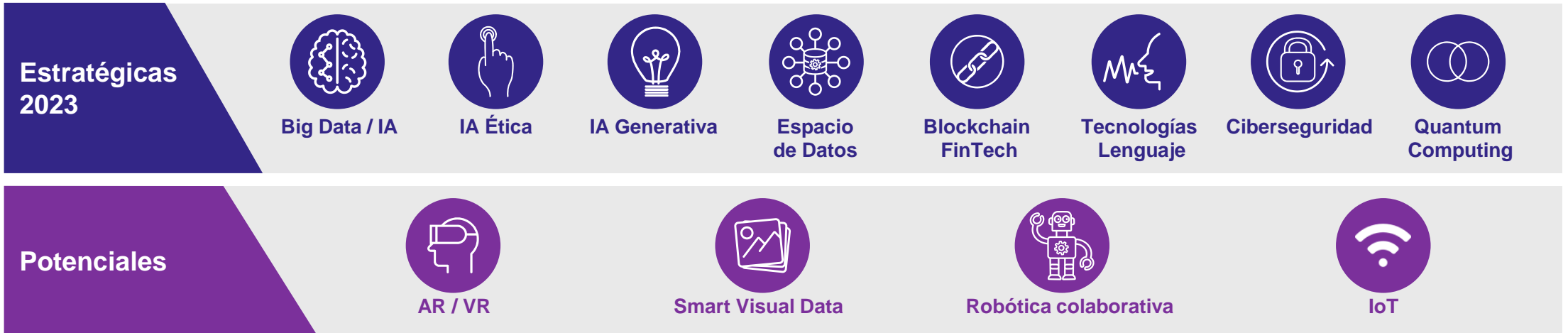
Contribuyendo al **desarrollo económico y social** como agente activo de innovación.

Innovación: Áreas de especialización 2023

SECTORIALES



TECNOLÓGICAS



Modelo de Innovación: Ecosistema de Innovación

INTERNAL & EXTERNAL ECOSYSTEM

Un **ecosistema empresarial** complementa las capacidades de una organización, coadyuvando al desarrollo de *offering* mediante la aportación de conocimiento, *expertise* y soluciones específicas.

Esta área abarca el **espacio** donde los agentes que lo integran colaboran y comparten su conocimiento e innovación, consolidando sus relaciones, y cuyo resultado es la capacidad, experiencia y conocimiento para ofrecer servicios y/o productos tecnológicamente avanzados y complementarios a los existentes en Grupo Ayesa.



LAB ECOSISTEMA

Llevando a cabo
alianzas con partners
de nicho en tecnologías avanzadas



EMPRENDIMIENTO / START-UPS

Identificando, analizando y, en su
caso, implantando
iniciativas emprendedoras
(internas y externas)



CENTROS TECNOLÓGICOS / UNIVERSIDADES

**Centros Tecnológicos /
Universidades**
para avanzar en las tecnologías más
disruptivas e innovadoras

ayesa
Ibermática

Ibermática
FUNDAZIOA


Aplicaciones aplicadas de Computación Cuántica en la Industria actual



Objetivos

Simuladores, computadores, telecomunicaciones, ciberseguridad y criptografía e inteligencia artificial son las principales áreas tecnológicas que se agrupan bajo el término de ‘información cuántica’. Las posibilidades de la computación cuántica son enormes y aplican a sectores tan variados como el financiero, logístico, industrial, energético o salud.

1

Desarrollar una base de conocimiento en torno a las tecnologías cuánticas como **propulsor de un ecosistema cuántico nacional**.

2

Investigar en una nueva generación de tecnologías cuánticas que se integren en el ecosistema industrial, buscando **casos de uso** de aplicación en los **clientes de Ibermática**.

3

Contribuir al **incremento de negocios innovadores** del tejido empresarial y al incremento de la confianza en las tecnologías cuánticas.

4

Incrementar el mercado de tecnologías cuánticas en los **sectores de potenciales clientes**: financiero, logístico, industria, salud.

5

Fomentar la participación de Ibermática y sus clientes en **convocatorias de financiación** de proyectos europeos QC.

6

Posicionar las tecnologías cuánticas y sus aplicaciones en las **agendas y programas de I+D+i**.

7

Difundir los resultados de I+D+i relacionados con tecnología cuántica.

8

Fomentar la **creación del ecosistema** y la prestación de servicios y asesoramiento en tecnologías cuánticas.

¿Dónde y para qué aplicar la computación cuántica?

Optimización

Existen complejos problemas de optimización: **enrutamiento de vehículos, cadena de suministro, gestión y optimización de cartera de clientes, balanceo de red eléctrica, administración** y muchos otros. En la era cuántica, se han desarrollado optimizadores que hacen uso de la mecánica cuántica para acelerar la optimización.

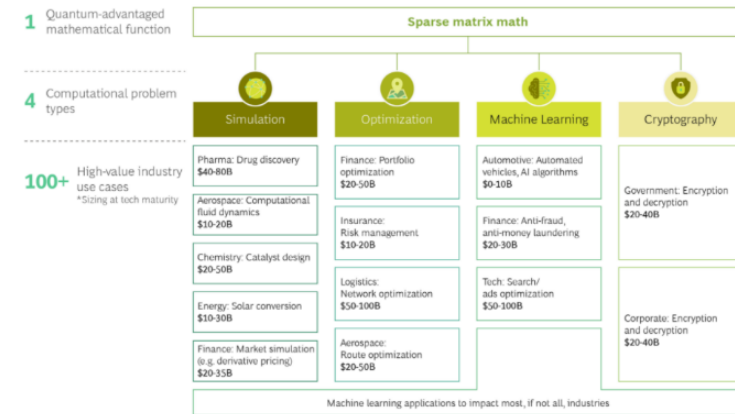
Simulación

Simular sistemas complejos con mucha variabilidad y una granularidad pequeña (partículas, equipos, sistemas, **digital twins**) es imposible de modelizar hoy en día. Se utilizan técnicas reductoras (como segmentación o simplificaciones basadas en ecuaciones diferenciales, etc.). Con soluciones cuánticas, es posible modelizar sistemas complejos principalmente en la **simulación y diseño de baterías, simulación de dinámica de flujos, procesos químicos, simulación de variación de precios o comportamientos de clientes individuales.**

Machine Learning (QML)

Acelera los procesos de entrenamiento, aplicación y búsqueda de los algoritmos tradicionales de ML. Permite la aplicación de predicciones, con recomendaciones en una **cadencia mucho más corta y en tiempo real.**

Exhibit 2 - Four Quantum-Advantaged Problem Types Unlock Hundreds of Use Cases at Tech Maturity



Sources: Industry Interviews, BCG analysis.

Applications	Value creation potential ¹ (\$B)	
	Low	High
Cryptography (\$40-\$80B)	Encryption/decryption	\$40 - \$80
Optimization (\$100-\$220B)	Aerospace: Flight route optimization	\$20 - \$50
	Finance: Portfolio optimization	\$20 - \$50
	Finance: Risk management	\$10 - \$20
	Logistics: Vehicle routing/network optimization	\$50 - \$100
Machine learning (\$150-\$220B)	Automotive: Automated vehicle, AI algorithms	\$0 - \$10
	Finance: Fraud and money-laundering prevention	\$20 - \$30
	High tech: Search and ads optimization	\$50 - \$100
	Other: Varied AI applications	\$80+ - \$80+
Simulation (\$160-\$330B)	Aerospace: Computational fluid dynamics	\$10 - \$20
	Aerospace: Materials development	\$10 - \$20
	Automotive: Computational fluid dynamics	\$0 - \$10
	Automotive: Materials and structural design	\$10 - \$15
	Chemistry: Catalyst and enzyme design	\$20 - \$50
	Energy: Solar conversion	\$10 - \$30
	Finance: Market simulation (e.g. derivatives pricing)	\$20 - \$35
	High tech: Battery design	\$20 - \$40
	Manufacturing: Materials design	\$20 - \$30
	Pharma: Drug discovery and development	\$40 - \$80

Proyectos en tecnologías disruptivas

Quantum Computing

- NPL cuántica
- Computación y paralelismo cuántico
- Modelos de optimización cuánticos
- Modelos de simulación cuánticos, Digital Twins
- Machine Learning Cuántico (QML)
- Comunicaciones y encriptación ultra seguras: Sistemas de encriptación postcuánticas y QKD



Quantek: Quantum Teknologiak (2021-2023)



IAC4SIM: Inteligencia artificial cuántica para la simulación (2022-2023)



Servicios de apoyo en la gestión, modelización, desarrollo e implantación de proyectos y casos de uso en el ámbito de la computación cuántica (2022-2023)



GI2QKD: Gipuzkoa Quantum QKD. Comunicaciones Cuánticas ultra seguras para Gipuzkoa (2023-2024)



Q4Real: Quantum Computing for Real Industries (2022-2024)



Optimización de puntos de venta (2022-2023)



Optimización global de la topología de la red con el objetivo de minimizar las pérdidas técnicas (2023)



Aplicación de computación cuántica a **problemas de optimización de interés empresarial** (2023)



Computación Cuántica



Quantum Annealer



Tensor Networks

ayesa
Ibermática

Ibermática
FUNDAZIOA


Proyecto de CESGA optimización



Problemas de optimización combinatoria

Complejidad

Los problemas de optimización combinatoria que necesita resolver la industria usualmente son problemas de complejidad **NP-Complete**. Esto hace que en muchos casos no sea viable resolverlos con algoritmos clásicos exactos, por lo que tiende a usarse algoritmos aproximados y heurísticos. Sin embargo, el entrelazamiento y la superposición cuánticas nos permiten utilizar otras técnicas.

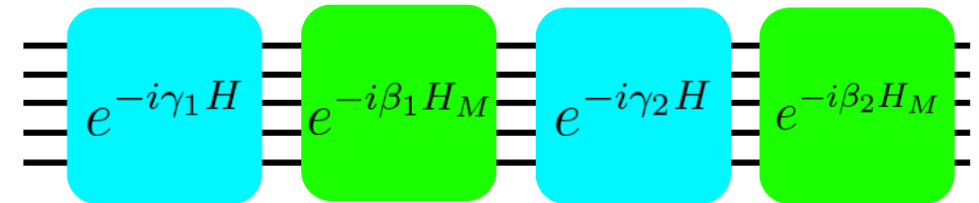
Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)

Uno de los algoritmos más prometedores del momento es el **QAOA**, un algoritmo variacional cuántico que permite obtener el estado que minimiza el coste/energía de un cierto problema. Para ello, preparamos un **circuito cuántico**, que a cada paso añade a los estados base una **fase proporcional a su energía** y la convierte en **amplitud**. De esta forma, el algoritmo busca obtener una distribución donde el estado **óptimo** sea el **más probable**.

La proporción de esas rotaciones de fase es **optimizada** clásicamente de forma que se obtenga el mejor valor posible.

Mejoras

Existen muchas posibles **mejoras** al método QAOA, entre las cuales podemos destacar la inclusión de las **restricciones** con un circuito de Grover o postselección cuántica, la **optimización cuántica** de los parámetros o la **modificación** del hamiltoniano de mezcla. También hemos explorado otros tipos de codificaciones para los problemas.



Circuito QAOA con dos capas

QAOA en casos QUBO y HOBO

Divisibilidad

En la actualidad, los ordenadores cuánticos disponen de un **número limitado** de qubits, lo cual ha llevado a plantear técnicas de división de circuitos para **ejecutar circuitos más pequeños** y obtener la información del circuito conjunto. En los casos QUBO y HOBO útiles, hemos visto que la división de circuitos **no es fácilmente viable**, debido a la alta conectividad que tendrán todos los subconjuntos de qubits.

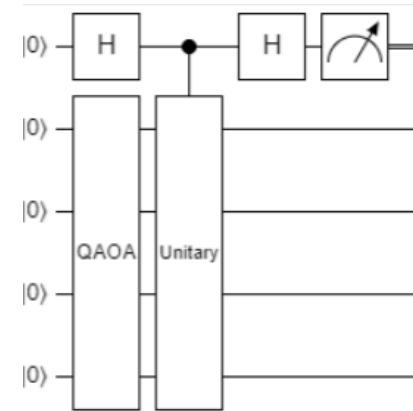
Hadamard + LCU Test

Una de las dificultades a la hora de optimizar el QAOA es la obtención del **coste** del estado que produce el mismo. El coste de conocer exactamente el estado y calcular la energía del mismo clásicamente sería mayor que la resolución por fuerza bruta. Una opción sería aproximar esta energía por la energía de los estados que más aparecen, pero su coste aumenta exponencialmente con el aumento en el número de variables para una precisión dada, entre otros problemas.

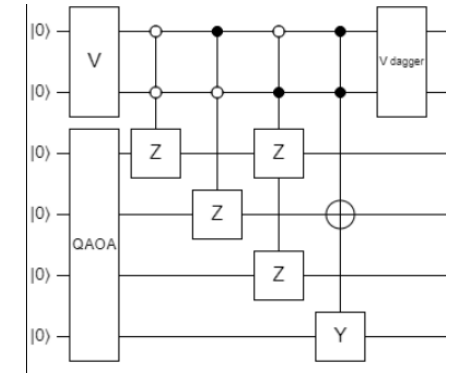
Para solucionar este problema, tanto en el QAOA como en cualquier algoritmo variacional con un hamiltoniano, hemos desarrollado un nuevo algoritmo basado en el Hadamard test combinándolo con el método del Linear combination of unitaries.

Como los hamiltonianos son operadores no unitarios, combinación lineal de operadores unitarios, no se pueden aplicar de manera determinista en un circuito. Sin embargo, usando un block encoding, podemos aplicarlos a un estado. Combinando esto con el Hadamard test, podemos obtener el resultado del valor esperado de cualquier operador no unitario midiendo solo un qubit de manera determinista.

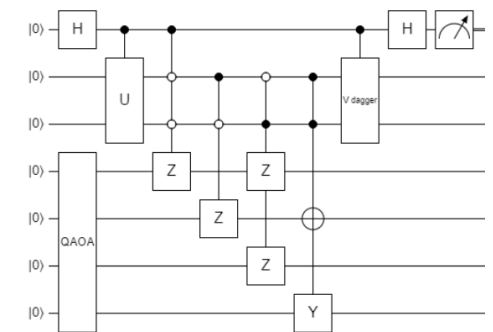
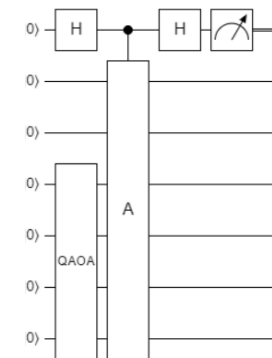
$$\text{Re}[\langle A \rangle] = 2P_0 - 1$$



Circuito para el Hadamard Test aplicado al estado proveniente de un circuito de QAOA. Testeamos el valor esperado del operador Unitary.



Circuito LCU para un operador A combinación lineal de 4 operadores unitarios: $ZxIxIxI$, $IxZxIxI$, $ZxIxZxI$, $IxXxIxY$



a) Circuito del LCU-Hadamard Test entendido como un Hadamard test del operador A extendido, que comprende todo el LCU de A. b) Circuito que realiza el LCU-Hadamard Test para un ejemplo de operador A.

Job Shop Scheduling Problem (JSSP)

Problema

El Job Shop Scheduling Problem consiste en la **secuenciación** más eficiente en el tiempo de una serie de conjuntos de tareas que deben realizarse en un cierto orden en un conjunto de máquinas. Cada **conjunto ordenado de tareas** es un **trabajo** (job) y cada tarea del mismo se puede realizar en una única máquina después de que se hayan realizado los anteriores. Este problema es **ampliamente aplicable en la industria**, siendo abordado hasta ahora con algoritmos genéticos, quantum annealing y métodos híbridos.

Formulación QUBO

Para resolverlo con un QAOA, vamos a realizar la formulación **QUBO** del problema para luego traducirlo a un problema de Ising. Este se compondrá de 4 partes:

- **Término de reducción temporal:** Es el término principal de nuestra optimización. Sólo se tiene en cuenta el tiempo de finalización de la última task de cada trabajo.
- Término de la restricción “**todas las task deben ser realizadas en un único momento del tiempo**”: Para cada task, la suma de todas sus variables a lo largo del tiempo debe ser igual a uno.
- Término de la restricción “**diferentes trabajos que requieren la misma máquina no pueden coincidir en el tiempo**”.
- Término de la restricción “**Tasks subsecuentes (j y j+1) del mismo trabajo deben respetar el orden temporal**”.

Para reducir el número de qubits necesarios, hemos desarrollado un **método de reducción de variables** que, dependiendo del caso, puede llegar a reducir el número de variables a la **mitad** de manera eficiente.

$$H_0 = \lambda_0 \sum_{i,t} (t + d_{i,j_{fin}(i)})^r x_{i,j_{fin}(i),t} : r \geq 1$$

$$\begin{aligned} H_1 &= \lambda_1 \sum_{\text{job,task}} \left(\sum_{\text{time}} x_{i,j,t} - 1 \right)^2 \\ &= \lambda_1 \sum_{i,j} \left(\sum_{t_1,t_2} x_{i,j,t_1} x_{i,j,t_2} - 2 \sum_t x_{i,j,t} + 1 \right) \\ &= \lambda_1 \sum_{i,j} \left(\sum_t x_{i,j,t}^2 + 2 \sum_{t_1 < t_2} x_{i,j,t_1} x_{i,j,t_2} - 2 \sum_t x_{i,j,t} + 1 \right) \\ &= \sum_{i,j} \left(2\lambda_1 \sum_{t_1 < t_2} x_{i,j,t_1} x_{i,j,t_2} - \lambda_1 \sum_t x_{i,j,t}^2 \right) + C \end{aligned}$$

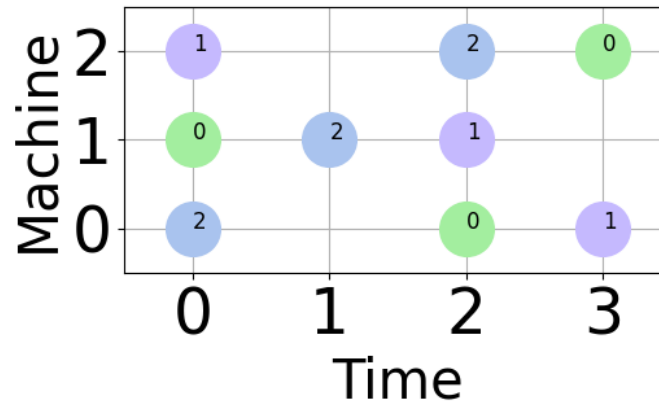
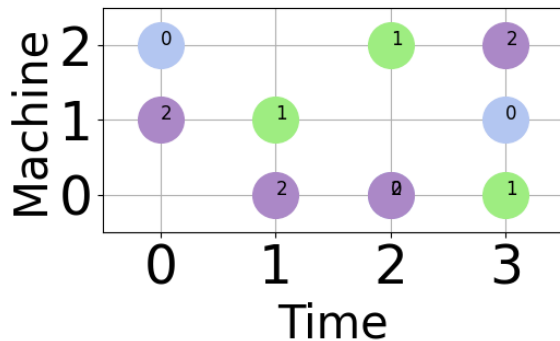
$$\begin{aligned} H_2 &= \lambda_2 \sum_{\{c_1,c_2\} \in T_1} x_{c_1} x_{c_2} \\ &: \{[i_1, j_1, t_1], [i_2, j_2, t_2]\} \in T_1 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 \neq i_2 \wedge j_1 \neq j_2 \\ M_1 = M_2 \\ t_1 \leq t_2 < t_1 + d_1 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_3 &= \lambda_3 \sum_{\{c_1,c_2\} \in T_2} x_{c_1} x_{c_2} \\ &: \{[i_1, j_1, t_1], [i_2, j_2, t_2]\} \in T_2 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 = i_2 \\ j_2 = j_1 + 1 \\ 0 \leq t_2 < t_1 + d_1 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Job Shop Scheduling Problem (JSSP)

Resultados QAOA

Hemos ejecutado el algoritmo QAOA sin ruido en el **FinisterraIII del CESGA** para los problemas 2x2 y 3x3, como una primera aproximación al problema. En estos casos trabajábamos con entre 4 y 18 variables. Hemos estudiado la dependencia con los coeficientes de Lagrange de las restricciones y la eficacia del método de reducción de variables.



Size	d	N	L0	r	L1	L2	L3	Shots	Layers	Óptimo?
2x2	3	4	1	1.5	4	4	2	10 ⁵	4	Sí
3x3	4	12	1	1.5	8	8	2	10 ⁵	4	Sí
3x3	4	16	1	1.5	8	8	2	10 ⁵	4	Sí
3x3	4	16	1	1.7	4	4	2	10 ⁵	4	N.L.
3x3	4	12	1	1.5	10	8	2	10 ⁵	4	Sí
3x3	4	16	1	1.7	8	8	2	10 ⁵	4	N.L.
3x3	4	12	1	1.5	10	8	2	10 ⁵	2	N.O.
"	"	"	"	"	"	"	"	"	3	N.L.
"	"	"	"	"	"	"	"	"	4	Sí
3x3	4	12	1	1.5	10	8	2	10 ⁴	4	N.O.
"	"	"	"	"	"	"	"	10 ³	"	N.O.

Tensor Networks

Hemos estudiado la posible resolución del problema con una técnica propia con tensor networks para problemas de optimización combinatoria desarrollada por Ibermática. Sin embargo, hemos obtenido que el escalado de dicha técnica la hacía inviable para este problema concreto.

No obstante, estamos trabajando en buscar otras técnicas en la misma línea para resolverlo.

Siguientes pasos

Problemas industriales con computación cuántica

Explorar diferentes problemas industriales de interés y casos de uso con tecnologías cuánticas que puedan ser resueltos con ordenadores cuánticos como el Qmio.

Quantum Key Distribution

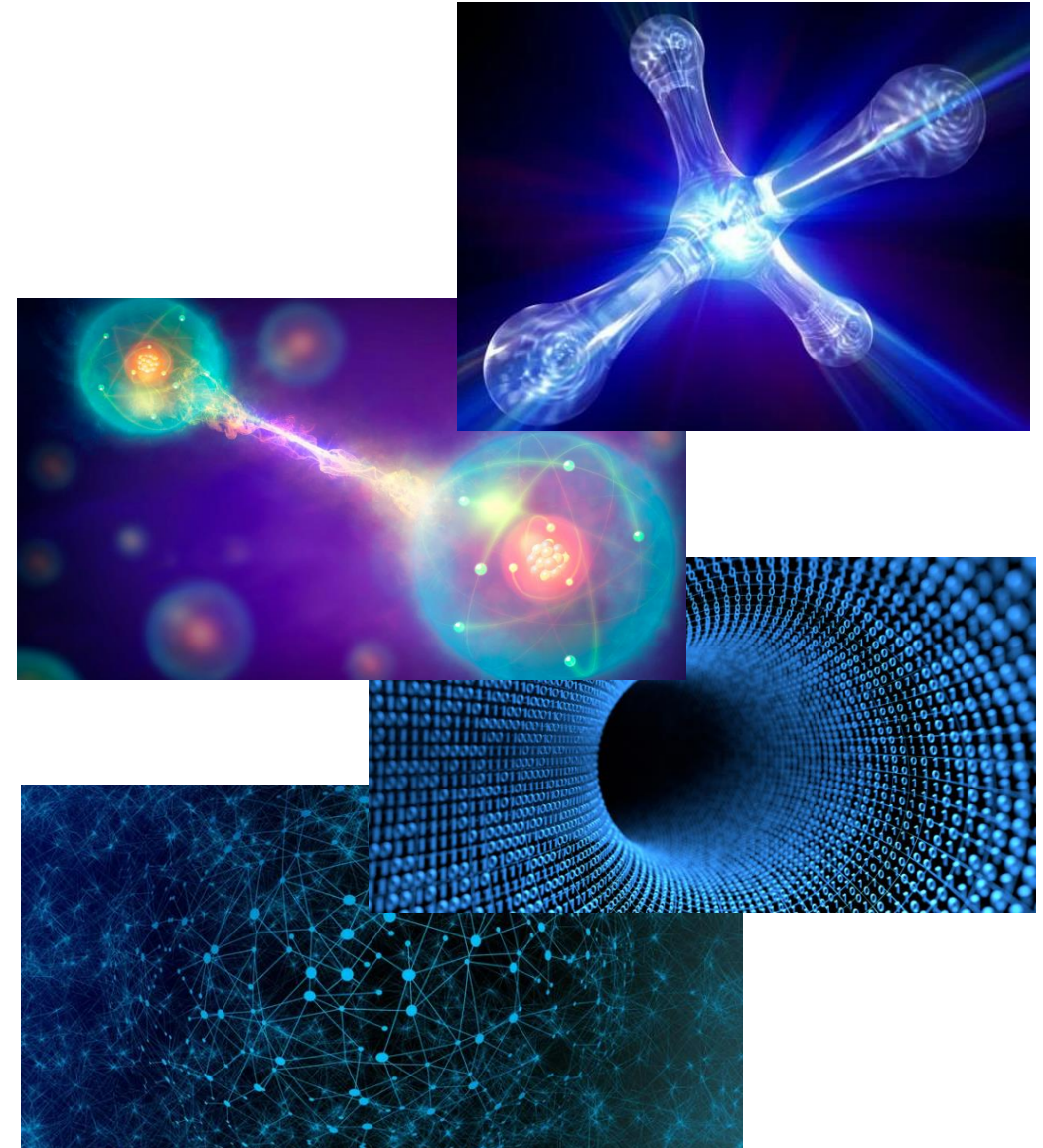
Desplegar servicios de distribución de claves seguras con tecnologías cuánticas para su uso industrial actual. Investigar diferentes posibles líneas innovadoras y colocar al CESGA como un referente del campo en España.

Criptografía Postcuántica

Desplegar servicios de envío seguro de información a prueba de algoritmos cuánticos para comunicaciones privadas en entornos industriales actuales.

Tensor Networks

Creación y despliegue de un conjunto de simuladores de ordenadores y procesadores cuánticos en Tensor Networks para su uso tanto de investigación como industrial, aprovechando las propiedades de las mismas. Además, el despliegue de un conjunto de servicios en Tensor Networks para la resolución de determinados problemas aplicados y la aceleración de procesos de cálculo.



ayesa
Ibermática

Ibermática
FUNDAZIOA


¡Gracias!

Nos apasiona hacer realidad el futuro.

**Conjugamos tecnología avanzada,
conocimiento del negocio y capacidad
de anticipación.**

**Así concebimos buenos proyectos
innovadores.**

Aitor Moreno

Responsable IA&Quantum

ai.moreno@ibermatica.com

Alejandro Mata Ali

Desarrollador Cuántico Industrial

a.mata@ibermatica.com



A iniciativa do Polo de Tecnoloxías Cuánticas de Galicia conta con financiamento de:

Fondos REACT EU



Despregamento dunha infraestrutura baseada en tecnoloxías cuánticas da información que permita impulsar a I+D+i en Galicia.

Apoiar a transición cara a unha economía dixital.

Operación financiada pola Unión Europea, a través do FONDO EUROPEO DE DESENVOLVEMENTO REXIONAL (FEDER), como parte da resposta da Unión á pandemia da COVID-19.

PROGRAMA OPERATIVO
FEDER GALICIA
2014-2020

Unha maneira de facer Europa